Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Кафедра ИТАС

Контрольная работа №2

«ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ ТРАНСПОРТНЫХ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ»

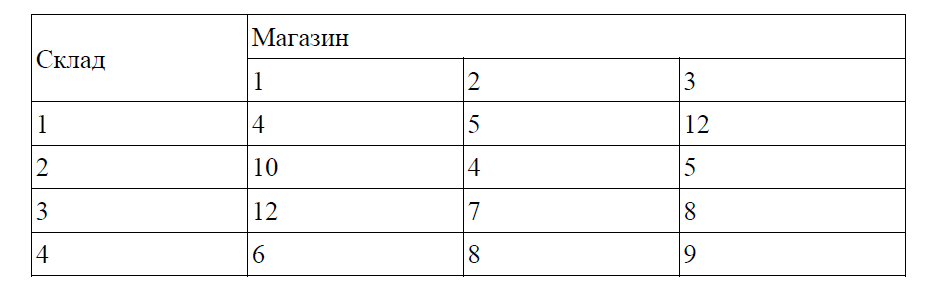
Вариант №5

|  |  |
| --- | --- |
| Выполнил: | Проверила: |
| студент гр. 820601  Шведов А.Р | Протченко Е.В. |

|  |  |
| --- | --- |
| Минск 2020 |  |

# Условие задачи

С четырех складов (1,2,3,4) товар доставляется в три магазина (1,2,3). На складе 1 имеется 40 тыс. единиц товара, на складе 2 - 15 тыс., на складе 3 - 20 тыс., на складе 4 - 25 тыс. единиц. Потребности магазина 1 составляют 50 тыс. единиц товара, магазина 2 - 20 тыс., магазина 3 - 30 тыс. единиц. Стоимости перевозок одной тысячи единиц товара приведены в таблице.



Найти объемы перевозок с каждого склада в каждый магазин, при которых затраты на перевозки будут минимальными.

Решить задачу при следующем изменении: потребности магазина 2 снизились до 10 тыс. единиц товара.

* Изучить общую постановку транспортной задачи (4.1).
* Согласно варианту задания построить математическую модель в виде задачи линейного программирования. Составить расчетную таблицу для решения транспортной задачи (4.1).
* Найти допустимое решение методом минимального элемента (4.2).
* На основе полученного допустимого решения найти оптимальное решение методом потенциалов (4.3).
* Используя математическую модель в виде задачи линейного программи-рования, проверить решение с помощью табличного процессора Excel (2.5).
* Согласно варианту задания решить задачу при изменении запаса у одного из поставщиков или спроса у одного из потребителей (4.4).

# Ход работы

## 2.1 Постановка задачи

Для удобства решения составим расчетную таблицу, содержащую стоимости перевозок, запасы товара у поставщиков и величины спроса потребителей.

**Таблица 1**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Склады | Магазины | | | Запасы |
| B1 | B2 | B3 |
| A1 | 4 | 5 | 12 | 40000 |
| A2 | 10 | 4 | 5 | 15000 |
| A3 | 12 | 7 | 8 | 20000 |
| A4 | 6 | 8 | 9 | 25000 |
| Потребности | 50000 | 20000 | 30000 |  |

## **2.2 Математическая модель задачи**

Ограничения по запасам:

x11 + x12 + x13 + x14 ≤ 20

x21 + x22 + x23 + x24 ≤ 40

x31 + x32 + x33 + x34 ≤ 30

Ограничения по потребностям:

x11 + x21 + x31 ≥ 10

x12 + x22 + x32 ≥ 20

x13 + x23 + x33 ≥ 30

x14 + x24 + x34 ≥ 40

Целевая функция:

E **=** 3x11 + 7x12 + 6x13 + 5x14 + 11x21 + 8x22 + 7x23 + 13x24 + 12x31 + 10x32 + 9x33 + 7x34 → min

## 2.3 Поиск допустимого решения

Для начала проверим баланс задачи. Посчитаем сумму запасов товаров и потребности(спрос).

∑ A = 40000 + 15000 + 20000 + 25000 = 100000

∑ B = 50000 + 20000 + 30000 = 100000

Т.к. баланс является правильный, приступим к решению задачи методом минимального элемента.

Из Таблицы 1 выберем минимальный тариф 4. Возьмем клетку (*A1, B1*). *A1≤B1*. Значит в клетку помещаем число 40000. Запасы *A1* полностью исчерпаны. Поэтому исключаем *А1* из рассмотрения строку и будем считать потребности пункта *B1* равными 50000−40000=10000.

**Таблица 2**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Склады | Магазины | | | Запасы |
| B1 | B2 | B3 |
| A1 | 4 4000 | 5 | 12 | 0 |
| A2 | 10 | 4 | 5 | 15000 |
| A3 | 12 | 7 | 8 | 20000 |
| A4 | 6 | 8 | 9 | 25000 |
| Потребности | 1000 | 20000 | 30000 |  |

Следующий минимальный тариф (4) находится в клетке (*A*2, *B*2). Поэтому заполняем эту клетку. *A*2≤*B*2. Следовательно в клетку помещаем число 15000. Запасы пункта *A*2 полностью исчерпаны. Поэтому исключаем из рассмотрения строку *A*2 и будем считать потребности пункта *B*2 равными 20000−15000=5000.

**Таблица 3**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Склады | Магазины | | | Запасы |
| B1 | B2 | B3 |
| A1 | 4 4000 | 5 | 12 | 0 |
| A2 | 10 | 4 15000 | 5 | 0 |
| A3 | 12 | 7 | 8 | 20000 |
| A4 | 6 | 8 | 9 | 25000 |
| Потребности | 1000 | 5000 | 30000 |  |

Теперь минимальный тариф (6) находится в клетке (*A*4, *B*1). Поэтому заполняем эту клетку. *A*4>*B*1. Следовательно в клетку помещаем число 10000. Потребности пункта *B*1 полностью удовлетворены. Поэтому исключаем из рассмотрения столбец *B*1 и будем считать запасы пункта *A*4 равными 25000−10000=15000.

**Таблица 4**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Склады | Магазины | | | Запасы |
| B1 | B2 | B3 |
| A1 | 4 4000 | 5 | 12 | 0 |
| A2 | 10 | 4 15000 | 5 | 0 |
| A3 | 12 | 7 | 8 | 20000 |
| A4 | 6  1000 | 8 | 9 | 15000 |
| Потребности | 0 | 5000 | 30000 |  |

Та же операция с клеткой (*A*3, *B*2). *A*3>*B*2. Следовательно в клетку помещаем 5000. Потребности *B*2 удовлетворены. Поэтому исключаем из рассмотрения *B*2 и будем считать запасы пункта *A*3 равными 20000−5000=15000.

Таблица 5

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Склады | Магазины | | | Запасы |
| B1 | B2 | B3 |
| A1 | 4 4000 | 5 | 12 | 0 |
| A2 | 10 | 4 15000 | 5 | 0 |
| A3 | 12 | 7 5000 | 8 | 15000 |
| A4 | 6  1000 | 8 | 9 | 15000 |
| Потребности | 0 | 0 | 30000 |  |

Теперь выбираем тариф = 8. Выберем клетку (*A*3, *B*3).

Таблица 6

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Склады | Магазины | | | Запасы |
| B1 | B2 | B3 |
| A1 | 4 4000 | 5 | 12 | 0 |
| A2 | 10 | 4 15000 | 5 | 0 |
| A3 | 12 | 7 5000 | 8 15000 | 0 |
| A4 | 6  1000 | 8 | 9 | 15000 |
| Потребности | 0 | 0 | 15000 |  |

Последний минимальный тариф – 9. Клетка (*A*4, *B*3).

Таблица 6

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Склады | Магазины | | | Запасы |
| B1 | B2 | B3 |
| A1 | 4 4000 | 5 | 12 | 0 |
| A2 | 10 | 4 15000 | 5 | 0 |
| A3 | 12 | 7 5000 | 8 15000 | 0 |
| A4 | 6  1000 | 8 | 9 15000 | 0 |
| Потребности | 0 | 0 | 0 |  |

Таблица 6 является допустимым решением: все товары вывезены, потребность магазинов удовлетворена, план соответствует системе ограничений транспортной задачи. Так же план является невырожденным (m+n-1 = 6 = число занятых клеток). Затраты на перевозки: E = 4\*40000 + 4\*15000 + 7\*5000 + 8\*15000 + 6\*10000 + 9\*15000 = 570 000

## 2.4 Поиск оптимального решения

Найдем потенциалы ui (поставщиков) и vj(потребителей) по занятым клеткам таблицы 6, в которых ui + vj = cij (стоимости перевозок).

u1 + v1 = 4; u4 + v3 = 9; u3 + v3 = 8;   
u4 + v1 = 6; u3 + v2 = 7; u2 + v2 = 4;

Примем u1=0. Тогда v1 = 4; u4 = 2; v3 = 7; u3 = 1; v2 = 6; u2 = -2. Построим расчетную таблицу. Опорный **план не является оптимальным,** т.к. среди свободных клеток существуют те, для которых ui + vj > cij. (u1, v2).  
 Поэтому сразу посчитаем ∆ij = (ui + vi) - cij для свободных (не закрашенных клеток), поместим их в правые части клеток.  
  
 **Таблица 7**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | v1 = 4 | v2 = 6 | v3 =7 |
| u1 = 0 | 4  4000 | 5 **7** | 12 -5 |
| u2 = -2 | 10 8 | 4  15000 | 5 0 |
| u3 = 1 | 12 -7 | 7  5000 | 8  15000 |
| u4 = 2 | 6  1000 | 8 0 | 9  15000 |

Выберем максимальную дельту свободной клетки – это клетка (u1, v2) = 7. В нее поставим знак «+». Она является вершиной многоугольника. Теперь построим цикл по вершинам многоугольника так, чтобы вершины с «-» попали в занятые клетки.

**Таблица 8**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1 = 4 | v2 = 6 | v3 =7 | Запасы |
| u1 = 0 | 4 -  4000 | 5 + | 12 | 40000 |
| u2 = -2 | 10 | 4   15000 | 5 | 15000 |
| u3 = 1 | 12 | 7 -  5000 | 8 +  15000 | 20000 |
| u4 = 2 | 6 +  1000 | 8 | 9 -  15000 | 25000 |
| Потребности | 50000 | 20000 | 30000 |  |

Значение добавляемой перевозки – наименьшая перевозка в этих отрицательных вершинах цикла, т.е. 5000 из клетки (u3, v2). Это значит, что именно на это значение количества перевозимого груза мы будем менять наше решение. Прибавляем 5000 к грузам в клетках с «+» и отнимает из клетках с «-». Что приводит к новому плану перевозок.

**Таблица 9**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Склады | Магазины | | | Запасы |
| B1 | B2 | B3 |
| A1 | 4 35000 | 5  5000 | 12 | 40000 |
| A2 | 10 | 4 15000 | 5 | 15000 |
| A3 | 12 | 7 | 8 20000 | 20000 |
| A4 | 6  1000 | 8 | 9 10000 | 25000 |
| Потребности | 50000 | 20000 | 30000 |  |

Проверим оптимальность плана в Таблице 9. Снова найдем потенциалы по занятым клеткам.

u1 + v1 = 4; u2 + v2 = 4;

u4 + v1 = 6; u2 + v3 = 5;

u1 + v2 = 5; u3 + v3 = 8;

Примем u1 = 0. Тогда v1 = 4; u4 = 2; v2 = 5; u2 = -1; v3 = 6; u3 = 2. Теперь все оценки свободных клеток соблюдают условие ui + vj ≤ cij. План является оптимальным. E = 4\*25000 + 5\*15000 + 4\*5000 + 5\*10000 + 8\*20000 + 6\*25000 = 555 000

## 2.5 Решение в Excel



## 2.5 Решение при изменении условия

Теперь решим ту же задачу, но при условии, что потребности магазина 2 снизились до 10 тыс. единиц товара.

Из-за изменения условия задача в задачу с неправильным балансом -- сумма запасов товара, имеющихся у поставщиков, *не равна* сумме величин спроса потребителей. Проверим.

∑ A = 40000 + 15000 + 10000 + 25000 = 90000

∑ B = 50000 + 20000 + 30000 = 100000

Мы видим, что возник избыток поставок. Поэтому для приведения задачи к балансу добавим фиктивный магазин со спросом 10 000 ед. товара и будем решать ее. Обозначим его как В4. Стоимость доставки за 0.

**Таблица 10**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Склады | Магазины | | | | Запасы |
| B1 | B2 | B3 | B4 |
| A1 | 4 | 5 | 12 | 0 | 40000 |
| A2 | 10 | 4 | 5 | 0 | 15000 |
| A3 | 12 | 7 | 8 | 0 | 20000 |
| A4 | 6 | 8 | 9 | 0 | 25000 |
| Потребности | 50000 | 10000 | 30000 | 10000 |  |

### 2.5.1. Допустимое решение

По аналогии с 2.3 найдем допустимое решение методом минимального элемента. Оно представлено в Таблице 11. Закрашенная клетка (B4, A4) – это и есть тот избыток товара, что останется на складе. Затраты на перевозки (E) = 490 000

**Таблица 11**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Склады | Магазины | | | | Запасы |
| B1 | B2 | B3 | B4 |
| A1 | 4 40000 | 5 | 12 | 0 | 0 |
| A2 | 10 | 4  10000 | 5  5000 | 0 | 0 |
| A3 | 12 | 7 | 8  20000 | 0 | 0 |
| A4 | 6  10000 | 8 | 9  5000 | 0  10000 | 0 |
| Потребности | 0 | 0 | 0 | 0 |  |

### 2.5.2. Оптимально решение

По аналогии с 2.4 находим оптимальное решение, оно предоставлено в Таблице 12. Затраты на перевозки(E) = 485 000. При этом 10 000 ед. товара на складе А4 все так же остаются неиспользованными.

**Таблица 12**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Склады | Магазины | | | | Запасы |
| B1 | B2 | B3 | B4 |
| A1 | 4 35000 | 5  5000 | 12 | 0 | 0 |
| A2 | 10 | 4  10000 | 5  10000 | 0 | 0 |
| A3 | 12 | 7 | 8  20000 | 0 | 0 |
| A4 | 6  15000 | 8 | 9 | 0  10000 | 0 |
| Потребности | 0 | 0 | 0 | 0 |  |